*Avec Isabelle Stengers, philosophe des sciences, Michèle Garant, analyste de la formation, et Sylvaine Drablier, fondatrice d'une école de langues et attachée de presse, Marie Milis, mathématicienne, vient de fonder une asbl internationale "AdoMath", consacrée à la recherche de la transmission en mathématiques. Son interrogation sur le regard en mathématiques l'a rendue attentive à ce qu'elle nomme "les images porteuses". [1])*

# LES IMAGES PORTEUSES EN MATHEMATIQUES 

Marie Milis

Dans son article "La vision enchantée", Thomas Moore parle de l'urgence de retrouver un regard qui ré-enchante le monde... "car la façon dont nous traitons le monde [1]) dépend de la façon dont nous le voyons, et la façon de vivre nos vies dépend de la vision que nous en avons."

Je voudrais témoigner d'un trajet qui au départ de l'observation et d'un regard posé sur des objets extérieurs, a interrogé les objets de visions intérieures et m'a conduite à introduire dans ma vie le sens de la célébration. [2])

Etant assise à côté d'enfants pour qui les performances mathématiques sont symptomatiques, j'ai été amenée à m'interroger sur la source de leurs erreurs. Une fois reléguées aux oubliettes de la facilité, toutes ces raisons si souvent évoquées que sont l'incapacité, le manque de travail ou la distraction, je me suis rendue compte que leurs productions sont - comme les nôtres- le fruit de règles scrupuleusement suivies [3]) ou d'images intérieures qui soutiennent leurs intuitions et portent leurs raisonnements. Je les appelle des "images porteuses". C'est d'elles que naissent le jet de l'écriture ou l'élan d'une réponse. Pour les rencontrer, je vous invite à glâner quelques pièces qui petit à petit formeront une mosaïque dont le sens forcera notre émerveillement.

---

[1]) Marie Milis a publié "Souffle, écriture et mathématiques" (avec Marlyse Schweizer) dans Initiations, numéro zéro "Le souffle et le corps", "Les mathématiques : quitter le connu pour l'inconnu" dans Initiations, numéro 1 "Les passages et la mort", "Une aventure intérieure : apprendre à voir en mathématiques" dans Initiations numéro 3 "L'invitation au voyage", "Zéro : un concept mathématique du vide?" dans Initiations, numéro 5/6 "Le silence", "Gestes en mathématiques" dans Initiations, numéro 7 "Le geste", "La parole des sans voix" dans Initiations, numéro 8 "La voix", "Le nombre d'or - la rationnel irrationnel" dans Initiations numéro 9 "Orienter l'occident ?".

Notre parcours fragmentaire nous est imposé par le sujet de notre étude, son emprise directe sur la vie, et par mon amour de chaque perle qu'au prix de ses souffrances un enfant m'a offerte. ''Depuis la toute petite enfance, j'ai une fringale de connaissances disparates et un peu tziganes. Je me bricole de petits morceaux épars d'une mosaïque détruite, partout où je peux, sans esprit de système. Et je vois ces choses se mettre en place, d'une façon mystérieuse, comme à l'intérieur d'une sphère où tout conspirerait à achever une sorte d'ensemble harmonique, polyphonique. Encore maintenant, à chaque fois que je peux glaner un petit truc, à gauche ou à droite, je suis content comme un gamin qui va marauder des oeufs dans des nids de passereaux. La seule chose qui me fasse accepter l'idée de vieillir, c'est de compléter cette mosaïque encore lacunaire.'' [4])

J'ai déjà eu l'occasion (à propos de zéro [5]) d'observer le rapport entre nos gestes mathématiques et les mots que nous disons pour les justifier. Ainsi, dans l'addition, il est clair que zéro n'a aucun effet et rejoint donc le sens commun de ''rien'': ''zéro c'est rien''. Le premier mot de cet énoncé - qui a un statut spécifique et technique - est assimilé au second qui plonge ses racines dans la langue maternelle et son cortège d'images et d'évocations qui nourrissent et occupent nos imaginaires. Aussi quand nous rencontrons zéro dans la multiplication, son assimilation à n'être rien, quantité négligeable et inintéressante fait que pour beaucoup, en tout cas d'élèves, 3 x 0 donne 3 (et non zéro).

L'assimilation intériorisée de zéro avec ''rien'' empêche l'accès - techniquement nécessaire- à la capacité du même zéro d'être non plus inutile mais décisif et absorbant dans la multiplication.

Alors que l'association de zéro avec rien est temporairement efficace, et localement (sur l'addition) adéquate, elle empêche l'accès à la compréhension de la place du zéro dans la multiplication. Ce qui fut une image porteuse de sens devient un obstacle. Au lieu de sanctionner l'erreur qui signale ce deuil à faire d'une image pour en adopter une autre plus vaste, il y a lieu d'ouvrir un espace de paroles pour mettre en mots ce que l'on savait préalablement et l'ouvrir à un autre type de savoir. Révéler ce que l'on savait déjà et bien voir son contexte pour pouvoir en changer. La tendance malheureusement généralisée des manuels scolaires et des professeurs de mathématiques est de sur-contrôler leur vocabulaire pour ne jamais ''pécher'' par écart à une langue strictement formelle. D'emblée ils proposent donc une langue aseptisée, créée pour que l'élève qui l'adopte ne rencontre aucun deuil dans sa carrière d'acquéreur du savoir mathématique. ''Zéro c'est rien'' n'a aucune place dans un discours mathématique ainsi conçu. La plupart d'entre nous se sentent d'emblée rejetés du giron sacré puisque ce à quoi nous pensons naturellement semble ignoré -et si l'on s'y risque- pénalisé. Il n'y a pas moyen de retirer de nos têtes ce qui s'y est installé avec tout le poids de l'accord tacite de la langue dans laquelle les mots sont choisis. Si zéro est aseptisé, technicisé, en cas de panique il redevient ''rien'': cette association, si elle n'a pas été respectée et accentuée, dramatisée, est en situation de devenir monstrueuse.

Plutôt que de présenter un paysage technique -forcément vide de sens puisqu'il ne répond à aucune question et ne soulage aucune crise- ne vaut-il pas mieux affronter -et célébrer- l'irruption merveilleuse de ce zéro qui de rien émerge et change de comportement: c'est passionnant. Faire que dans la classe, on en parle, que le défi devienne celui de la communauté: "Comment on va faire comprendre cela aux autres?". Seul un problème que l'on a assez habité acquiert la robustesse qui permet de changer de mots. Tant que l'élève n'a pas perçu le poids et l'influence des mots qu'il dit, le danger à éviter existe encore.

Adulte, Nathalie entame des études de psychologie et a donc besoin de mathématiques. Dans un développement statistique où elle ne bute pas sur une accumulation de signes cabalistiques, Nathalie tombe en arrêt quand elle me voit simplifier dans $n\frac{1}{n}$. Le choc est brutal au point qu'elle en pleure: "Je ne peux pas accepter que multiplier par 1/n c'est diviser par n".

Je lui montre comment 8 demis, 8 x 1/2, valent 4 ou 8 : 2, comment 1/2 est l'inverse de deux et multiplier est l'inverse de diviser. Je comprends - et lui dis - qu'il y a lieu d'opérer un deuil : celui des images véhiculées par la langue. Nathalie parle de "multiplication des pains", "croissez et multipliez-vous": la multiplication est dans notre langue toujours associée à une croissance. Diviser c'est rendre petit. Techniquement, multiplier peut rendre plus grand ou plus petit selon ce par quoi on multiplie (2 ou 1/2). Cette rencontre de choc montre à Nathalie combien il faut accepter de larguer les images portées par notre langue et leur fascination de signification pour entrer dans l'univers technique des opérations et leur fascination de fonctionnement. Nathalie a un dernier sursaut avant l'acceptation finale: "Il faudrait alors inventer d'autres mots". Ce serait aseptiser la route du savoir. C'est ce que tentent les manuels, et pourtant les Nathalie devenues adultes sans avoir rencontré ce qu'elles ont côtoyés sont nombreuses. Je crois qu'il vaut mieux entrer conscient dans l'expérience du deuil qui dévitalise un mot pour en transmuter le sens. "Zéro", "multiplier", "big bang" deviennent alors des clins d'yeux pour ceux qui, devenus experts, ont acquis la souplesse d'être à l'aise dans deux mondes: celui -commun- où multiplier est croissance et celui où multiplier est une opération qui peut faire croître ou réduire.

**N'évitons pas les métaphores, mais célébrons le moment où elles nous lâchent.**

Les mots que nous disons sont appréciables même s'ils deviennent inadéquats car ils sont la trace d'un chemin. Au départ, multiplier était une opération en accord avec la langue. Puis son fonctionnement nous a entraîné ailleurs : on ne peut plus l'arrêter là où on croyait sa limite. C'est un beau cas de création qui dépasse les intentions. Le mot utilisé indique ce que l'on croyait faire quand on avait encore un rapport direct à la langue : fractionner, on sait ce que c'est, mais quand cela se met à multiplier - quelle évolution ! L'univers des fractions est plus riche que l'univers du fractionnement qui

a été son parent. Il y a donc un saut imaginatif où il faut lâcher la pratique intuitive et accepter d'aller où on est mené. C'est le moment délicat où les métaphores peuvent se retourner contre nous. N'évitons pas les métaphores, mais célébrons le moment où elles nous lâchent. Ce serait si triste de savoir déjà au moment où on est capable de s'en surprendre. Ainsi j'aimerais tant que nos enfants puissent croire le plus longtemps possible que la terre est plate jusqu'au matin où ils s'étonnent que le soleil se lève dans la cuisine et se couche dans le salon. Pourquoi? La découverte de notre boule est alors un sacre qui enchante notre vision bleue... et nos imaginaires.

Je n'ai malheureusement pas la place de présenter ici les désastres que peuvent créer l'apprentissage d'une algébrisation artificielle et incomprise. Face à leurs premières équations, beaucoup d'élèves (certains encouragés par leurs professeurs) tentent de les résoudre en utilisant systématiquement l'expression ''passer de l'autre côté'', qu'il s'agisse d'une addition ou d'une multiplication. Ainsi, au départ de

$$2x + 3 = 9,$$

ils ''passent le 3 de l'autre côté'' ce qui donne à certains

$$2x = 9 - 3$$

et à d'autres

$$2x = 9 + 3$$

Puis ils ''passent le 2 de l'autre côté'' ce qui donne

$$x = \frac{6}{2} \quad \text{ou} \quad x = 6 - 2...$$

au choix ! Passer de l'autre côté est une expression dangereuse: depuis son apparition Françoise et Sophie ont plongé dans la destruction active de toute pensée mathématique par incohérence. Puisque toutes les opérations sont passibles du même vocable, pourquoi les différencier ? Aussi x.x vaut 2 x, puisqu'on voit "deux fois x", $(x + 1)^2$ vaut $2x + 2$, $-2 x - 3 x$ vaut $6 x$, etc. La langue et son bon sens se sont immiscés en lieu et place des exigences opératoires et tout passe..."de l'autre côté": là où l'intellect se détruit par incapacité de sens.

Depuis Françoise et avec Sophie, je me suis rendue compte que nos élèves sont nés après la disparition des balances à plateaux et à fléau. Aussi sur un vieux marché de Prague j'ai retrouvé une de ces merveilles antiques qui m'aide à restaurer du sens dans nos échanges. Quand j'entends dire "je passe de l'autre côté", je demande à l'élève de prendre un poids sur la balance en équilibre et de le passer de l'autre côté. L'égalité -à respecter- est l'équilibre des plateaux. Que faire?...sinon au moins se rendre compte que "passer de l'autre côté" est une hérésie - une image dangereuse.

J'ai observé Benoît - pourtant étudiant en 6è math forte - lutter avec ce problème: comment faire? Il avait si bien appris à traiter une équation en passant de l'autre côté qu'il lui a fallu du temps pour découvrir qu'en fait il s'agit d'enlever un même poids des deux côtés de la balance. Il y faut non plus une mais deux mains : enlever simultanément des deux côtés garde l'équilibre. Dans toute équation il y a lieu de traiter de façon semblable les deux côtés de l'égalité.

Enlever au scalpel mental cette expression enkystée "passer de l'autre côté" pour lui substituer une image gestuelle intériorisée: traiter de la même façon les deux plateaux de l'égalité non seulement redonne du sens mais permet l'érection d'un corps de connaissance solide. La robustesse de nos savoirs est essentielle, aussi ils doivent être construit sur des comportements et des images solides pour pouvoir passer l'épreuve d'un changement de mots: changer pour dire la même chose et finalement garder un même mot pour dire des choses différentes.

En vue de cet article j'ai collectionné des dizaines d'exemples d'expressions et d'images qui baignent nos intuitions, et sont des points de repères qui définissent dans une région de pratique des comportements qui font sens. Je voudrais vous les présenter toutes - j'aurais l'impression de vous introduire dans ma grotte d'Ali Baba, aux mille trésors éblouissants... Mais il me faut conclure en observant combien les erreurs nous montrent que nos mots et nos comportements, nos trajets de savoir, sont des chemins très négociés. Il y a donc tout lieu d'en légitimer toutes les étapes et les problèmes qu'ils posent plutôt que de les censurer : on ne peut faire bouger un concept qu'en le respectant, y compris quand on le dépasse. Sinon, ce qui est censuré existe toujours et se manifeste en monstruosité. Plutôt que d'évincer ou de pénaliser, il y a lieu de fêter, de faire apparaître l'émerveillement de l'obligation de changer de comportement.

Enfin je tiens à poser la question d'une pédagogie appropriée à relever le défi des interférences mosaïques : une pédagogie consciente que ce qui permet de réagir ce sont les images porteuses et pas les discours enseignés. Les élèves sont satisfaits de leurs savoirs fragmentaires. Les math exigent la cohérence. Il y a donc lieu d'élaborer avec eux une réflexion sur ce que l'on fait et pourquoi on le fait. On reste alors avec des fragments de connaissance, mais ils sont repérés.

Les mathématiques sont vécues comme un art d'utiliser certaines conceptions, certaines ''images porteuses'', tant qu'elles soutiennent la réflexion - tout en doutant - puis de les larguer une fois qu'elles sont périmées. Cette instabilité d'entre-deux est un temps d'éveil et de création d'un autre possible. C'est aussi - par excellence - le temps de la communication, de la transmission..., du jeu et de l'humour, car il en faut pour accepter de perdre ses marques. Il y a lieu de multiplier les voies de jouissance pour qu'elle puisse générer d'autres images porteuses.

''Certains jours, il ne faut pas craindre de nommer les choses impossibles à décrire''.

A l'instar de René Char, j'ai plongé au coeur même de l'''aridité'' des ''règles'' et du ''langage de l'objectivité'' pour tenter de dire combien celui qui a observé les arcanes de la pensée célèbre. Mon regard sur les productions d'élèves fait de ma vie une fête : ''Ah c'est ça que cela veut dire''. Ensemble nous découvrons un accès à un sacré qui a prise sur la trame de nos vies... et nous découvrons jouissance et émerveillement aux lieux mêmes où brûle la marque rouge de la pénalisation. Notre regard sur l'évolution de la pensée a changé... et tout change.

---

1) et nos élèves...

2) Cet article a grandement bénéficié des interventions et de l'acuité du regard d'Isabelle Stengers. Avec son accord je la cite ici librement. Ou plutôt, je tisse ce texte à partir de nos réflexions et contributions imbriquées.

3) cf. ''La parole des sans voix'', dans Initiations, numéro 8 ''La voix''.

4) Nicolas Bouvier. Routes et déroutes. Ed. Metropolis, Genève, 1992, p. 55.

5) ''Zéro: un concept mathématique du vide ?'', dans Initiations 5/6 ''Le silence''.