Marie Milis aide des jeunes de 7 à 77 ans à comprendre les maths et à se comprendre par les maths. Elle participe cette année à un groupe de recherche *« mathématiques et geste »* dont elle nous signale les premiers résultats -beaux s'il en est puisqu'ils instaurent l'échange et la collégialité en règle de toute pratique scientifique, et ce quelque soit l'âge. L.A.

GESTES EN MATHEMATIQUES

Marie Milis

Certains Indiens du Kerala comptent sur leurs doigts en utilisant les parties intérieures et extérieures de leurs phalanges, phalangines et phalangettes d'une main avec report sur l'autre. Ils ressemblent à des tableaux d'affichage électronique. De leurs mouvements rapides émergent de temps en temps des signes de doigts tendus avant l'ultime annonce de la réponse.
Les bouliers compteurs chinois donnent à leurs utilisateurs experts des allures de magiciens.

Ce serait passionnant d'être ainsi un

anthropologue des gestes arithmétiques de par le monde, un ethnologue du pourquoi et du comment on compte aux antipodes de la planète ? (1)

Nous avons perdu nos mains pour compter. Cette atrophie culturelle pénalise bien des enfants qui regardent leurs mains avec désir et impuissance. Le geste en mathématiques est toujours un geste éduqué. Il faut l'avoir appris et l'avoir pratiqué pour qu'il soutienne nos aventures intellectuelles.

Les gestes qui soutiennent des performances de calcul doivent être clairs et efficaces, au point de pouvoir devenir routiniers, de les pratiquer sans y penser*.

Calculer selon une manière qui ne nous est pas coutumière crée un malaise : nos gestes sont mis en cause et tout un univers de certitudes menace ruine. Certains renâclent devant cette béance où la sécurité s'engouffre. D'autres patiemment s'appliquent et retrouvent les représentations mentales qui sous-tendent le calcul et sont les intermédiaires obligés entre la manipulation et l'abstraction (3)

Ceux pour qui l'incertitude a un goût d'effroi et de vertige sont prompts à remplacer la compréhension du processus en cours par des trucs, des manipulations vides de sens mais agissantes. Malheureusement, les enseignants de tels élèves -dits faibles en maths- succombent à la tentation : ils n'expliquent plus et promulguent des pratiques-*« trucs »*.

Au lieu de vivre l'apprentissage dans un univers où les mots sont lourds de sens, le discours qui communique les math se vide de sens : il n'y a plus alors de différence entre math et magie.

La résolution d'équations (même simples) devient pour beaucoup un monstre qui fait régner l'arbitraire et la peur. J'écoute des jeunes (et moins jeunes) m'expliquer ce qu'ils font ou se l'expliquer entre eux. Ainsi -parmi des milliers d'autres exemples- Laurent qui traduit

$-2\,x = -2$ en $x = \frac{-2}{2}$

(au lieu de $x = \frac{-2}{-2} = 1$)

ou Sabine qui transforme

$-\,2\,x = 0$ en $x = \frac{-1}{2}$

(au lieu de $x = \frac{0}{-2} = 0$)

ou Cristel pour qui

$4\,x = 0$ implique que $x = \frac{1}{4}$

(au lieu de $x = \frac{0}{4} = 0$)

ou Carnita pour qui $4\,x = 0$ implique que $x = -\,4$

* Tel est le cas pour la méthode de soustraction écrite que nous utilisons habituellement. Je vais ici en proposer deux : chaque lecteur a l'habitude de l'une, je l'invite à essayer l'autre. C'est intéressant de s'observer en train d'essayer de changer de geste : on y aperçoit pour le moins l'influence du geste sur la pensée.

Une de ces manières est d'enlever une unité à la colonne de gauche en l'ajoutant à la colonne d'où il faut retrancher un chiffre trop grand (fig.1) : ainsi une unité devient 11 unités, 7 dizaines à retirer en deviennent 8.

$$\begin{array}{r} 3\;4\;3\;2\;{}^{1}1 \\ -\,6\;7_{1}8 \\ \hline 3\;3\;6\;4\;3 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 3\;0\;0\;0\;{}^{1}1 \\ -\,6\;7_{1}8 \\ \hline 2\;9\;3\;2\;3 \end{array}$$

fig. 1

L'autre méthode consiste à faire glisser un chiffre d'une colonne dans une autre :

$$\begin{array}{r} \\ \\ 3\;4\;3\;\cancel{2}\;{}^{1}1 \\ -\,6\;7\;8 \\ \hline 3\;3\;6\;4\;3 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 9\;9\;9\;\; \\ 2\;\cancel{1}\;\cancel{1}\;\cancel{1}\;1 \\ \cancel{3}\;\cancel{0}\;\cancel{0}\;\cancel{0}\;1 \\ -\,6\;7\;8 \\ \hline 2\;9\;3\;2\;3 \end{array}$$

(fig. 2a) (fig. 2b)

Ainsi pour ôter 8 de 1 (fig.2a), on fait glisser 1 dizaine des 2, vers la colonne des unités où 1 devient 11, alors qu'en dizaines 2 devient 1.

Quand il s'agit de soustraire un nombre d'un autre constitué de beaucoup de zéros (fig.2b), il faut chercher une dizaine, mais il n'y en a pas. Il faut donc remonter plus haut et chercher une centaine. Il n'y en a pas non plus. Plus haut encore: 1 millier; il n'en y a pas. Enfin, il faut remonter à la colonne des dix mille pour pouvoir en déduire 1, il en reste 2. Des dix mille ainsi acquis, 1 doit immédiatement glisser vers les centaines, il n'en reste plus que 9.

ou Joëlle qui transforme $2x = -m$ en $x = -2m$,
tous justifient leur transformation d'une ligne dans une autre par le fait de *« passer de l'autre côté du signe égal »*. J'ai longtemps rendu cette expression non mathématique responsable de tous les troubles. Elle a pour grand défaut d'être ambiguë. Ainsi dans une résolution complète beaucoup désignent par le même *« faire passer »* les transformations suivantes :

$$2x - 3 = 7$$

$$2x = 7 + 3$$

(je fais passer 3 de l'autre côté)

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2}$$

(je fais passer 2 de l'autre côté).

Si la même locution verbale désigne le fait d'ajouter 3 aux deux plateaux de la balance et puis de diviser le contenu de ces deux plateaux par 2, tous les glissements sont permis. Une seule expression qui fait croire à un geste -*« faire passer »*- désigne les deux opérations : d'addition et de division (au sens technique, précis du terme), aussi tout devient vague, interchangeable...et arbitraire. A partir de là, beaucoup d'élèves voient leur savoir faire en maths se déstructurer complètement. En peu de temps *il n'y a plus rien qui tient, l'arbitraire et l'absurde, le « faire passer »* et le« simplifier » se sont introduits partout et ont gangrené tous les savoirs acquis. C'est le risque principal des premières années d'humanité : s'exposer au test suprême de la mise en parole et par là de la possibilité de déconstruire tout ce qui était acquis (je pense aussi à Françoise qui dès qu'elle a traduit $5^6 = 5.5.5.5.5.5$ par *« six fois cinq »* ne pouvait plus différencier l'addition et la multiplication: *« six fois cinq »* = 30 alors que $5^6 = 3125$).

Face à l'hécatombe nous avons réuni un groupe de recherche où se retrouvent quatre professeurs de math qui enseignent à des niveaux différents (dont une également professeur de gymnastique), une logopède, une thérapeute Tomatis, une philosophe des sciences et deux professeurs de français. Ensemble nous observons les *« gestes »* en math et les mots qui les désignent. Notre travail n'est pas de promouvoir les math, mais de nous tenir dans cette périphérie des math où on en parle. Les mathématiques elles-mêmes se passent sans mots mais par jeu de symboles et d'opérations. Sur ces rouages techniques viennent se superposer des mots. Quels sont-ils ? Aident-ils ? Rendent-ils les pratiques plus vagues ou plus compréhensibles ?

Celle qui enseigne la gymnastique s'est rappelé qu'en sport, quand on apprend quelque chose de nouveau on a plein de gestes parasites : on regarde le mouvement à faire et sans en avoir la connaissance intérieure; notre regard non sélectif capte ce qui est important et ce qui ne l'est pas. Ce n'est qu'avec la pratique que le regard et le corps s'éduquent à dégager ce qui compte. Il en est de même en mathématiques où toute définition fraîche, comme on ne sait pas encore l'utiliser, est un outil auquel il faut d'abord se familiariser pour en connaître le sens. Ce qui explique l'état marécageux **naturel** des premiers pas en math, à tous les niveaux de l'évolution. C'est ainsi que dans les premières années où il s'agit de résoudre des équations, les mots que les élèves utilisent ne sont pas seulement *« faire passer »*, mais aussi *« isoler »*, *« changer de membre »*, *« simplifier »* et ce de telle façon qu'ils sont parfois différenciés, souvent non. Nous nous sommes rendus à l'évidence qu'en tant qu'enseignant il n'y a pas lieu de continuer à policer le langage :

dire *« j'ajoute...des deux côtés de l'égalité »* ou *« je divise par ... des deux côtés de l'égalité »* doit rester notre langage -il est précis et techniquement correct- mais se traduit **immédiatement** chez les élèves par un langage de geste qui est antérieur à la technique et qui trouve ses racines dans ce marécage perceptif fait du désir de s'en sortir en essayant pour cela des gestes qui correspondent à ce que l'on voit. Ce sont eux qui se traduisent en mots, et eux que chacun écoute.

Quand les expressions se cherchent parmi des faire chaotiques et des dire flottants, l'enseignant perd le droit à la parole : les élèves sont agressés par un professeur qui ne parle pas comme eux et qui exige que l'on parle comme lui. Ils ont soit très bien compris de quoi il s'agit et refusent l'arbitraire de devoir s'exprimer comme le professeur, ou n'ont pas compris et doivent d'abord chercher leurs propres mots, les essayer, se rendre compte de leurs embûches et de leurs ambiguïtés, lâcher un mot pour en essayer un autre et se sculpter ainsi non un vocabulaire adéquat, mais un savoir faire correct, c'est-à-dire avoir trouvé le geste qui opère. Dans le cas présent, quand le geste qui fait passer est dépassé pour devenir le geste qui agit sur les deux plateaux d'une balance de façon à en garder le fléau inamovible, l'expression se transforme en *« faire la même chose des deux côtés »*. Celle-ci a les grands avantages de dire les gestes propres à une égalité installée sous nos yeux, telle l'égalité engagée dans une équation, et d'ouvrir le problème : il y a lieu de savoir ce que l'on fait aux deux plateaux de la balance.

Pour les aider à progresser d'un geste vers un autre (dont les expressions sont symptomatiques), il est important de créer en classe des situations où la parole est véhiculée : que les élèves s'expliquent entre eux et réfléchissent avec le professeur sur la meilleure façon d'expliquer la même technique à une autre classe. L'important n'est pas que les mots soient corrects mais qu'ils veuillent dire quelque chose. Il s'agit d'accepter leurs mots tout en y opposant telle ou telle erreur rencontrée : comment l'éviter? Le bouillonnement de confusion et d'indiscipline, le malaise devient alors **naturellement** une étape de recherche partagée, d'autant plus riche qu'elle profite de l'hétérogénéité de la classe.

La façon naturelle qu'a la vie de gérer tous les processus d'apprentissage et le droit de chacun à sa propre expression sont donc des nécessités aussi en math. Cela paraît naturel à tout le monde sauf aux professeurs de mathématiques. Détenteur d'un pouvoir dû à l'aridité -et à l'étrangeté- de leur langue, ils ne peuvent communiquer qu'en acceptant de s'en dépouiller et d'être une façon de parler parmi d'autres qui se cherchent.

Lâcher le pouvoir fait peur. Il s'avère que c'est obligatoire pour que l'autre puisse partager le jeu du savoir faire en math. Et le gain est énorme : là où la parole est partagée il y a respect de l'autre, de son altérité, de son savoir et joie d'être ensemble.

1/ Toute contribution à ce sujet sera hautement appréciée par l'auteur.

2/ Ici par exemple, on voit qu'un paquet de 1000 objets, des allumettes par exemple, peut être composé de 10 paquets d'une centaine d'allumettes,....